I. Écriture fractionnaire des nombres relatifs

1. Quotients et fractions

* Le quotient de 4 par 5 est le nombre x tel que $5\times x=4$.

On le note $\frac{4}{5}$ (écriture fractionnaire du quotient).

numérateur

dénominateur

* Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.
* Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10 (1 ; 10 ; 100 ; 1 000 ; ...).

2. Règle des signes

* a et b sont deux nombres relatifs, avec $b\neq 0$,
  - L'opposé de $\frac{a}{b}$ est $-\frac{a}{b}$.
* On peut utiliser la règle des signes vue pour la multiplication :
  - $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$ et $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$

+	par	+	donne +
+	par	−	donne −
−	par	+	donne −
−	par	−	donne +

* Remarque : on présente toujours un résultat avec le signe devant la fraction.

II. Quotients égaux - simplification

* Un quotient ne change pas lorsqu'on multiplie (ou lorsqu'on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul*.

  *non nul : différent de zéro.

* a, b et k sont trois nombres quelconques (avec $b\neq 0$ et $k\neq 0$),
  - $\frac{a}{b}=\frac{a\times k}{b\times k}$ ($\times k$ au-dessus, $\times k$ en dessous) et $\frac{a\times k}{b\times k}=\frac{a}{b}$ ($\div k$ au-dessus, $\div k$ en dessous)
* Exemples :
  - $\frac{1,6}{4}=\frac{1,6\times 10}{4\times 10}=\frac{16}{40}=\frac{2\times 8}{5\times 8}=\frac{2}{5}$
  - $\frac{30}{18}=\frac{5\times 6}{3\times 6}=\frac{5}{3}$
* Propriété :
  - Deux quotients sont égaux si et seulement si les produits en croix sont égaux.
  - a, b, c et d étant quatre nombres relatifs, $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ si et seulement si $a\times d=b\times c$.
* Une fraction qu'on ne peut pas simplifier est une fraction irréductible.

usage commercial avec accord de l'auteur
JC Salmon - jc.salmon.74@orange.fr

III. Applications

1. Produits en croix

* Dans une situation de proportionnalité, les produits en croix sont égaux.

  ▸ Exemple :

  On suppose que 4 L de peinture couvrent 10 m^2.

  Quelle quantité de peinture faut-il pour couvrir 17 m^2 ?

quantité de peinture	4 L	x L
surface peinte	10 m^2	17 m^2

  On nomme x la quantité de peinture cherchée : $4\times17=10\times x$, donc $x=\dfrac{4\times17}{10}=6{,}8\ L$.

  Donc pour couvrir 17 m^2, il faut 6,8 L de peinture.

2. Pourcentages

* Un nombre a représente t % d'un nombre b lorsque $\dfrac{a}{b}=\dfrac{t}{100}$,

  ou lorsque

a	t
b	100

  représente une situation de proportionnalité.

* Conséquences :

  ▸ **appliquer un pourcentage** : Si a représente t % de b, alors $a=\dfrac{t}{100}\times b$;

  Exemple : $15\,\%\text{ de }240\ m=\dfrac{15}{100}\times240=0{,}15\times240=36\ m$

  ▸ **calculer un taux de pourcentage** : Si a représente t % de b, alors $t=\dfrac{a}{b}\times100$.

  Exemple :24 L représente un certain pourcentage de 96 L, quel est ce pourcentage ?

  $\dfrac{24}{96}\times100=0{,}25\times100=25$; 24 L représente donc 25 % de 96 L.

3. Vitesse moyenne

* Si un mobile parcourt une distance d en un temps t, sa vitesse moyenne sur le parcours est donnée par la formule $v=\dfrac{d}{t}$.

* Unités courantes : km/h (kilomètres par heure),
  m/s (mètres par seconde),
  km/s (kilomètres par seconde).

* Remarques :

  ▸ on en déduit deux autres formules : $d=vt$ et $t=\dfrac{d}{v}$;

  ▸ attention à la compatibilité des unités...

* On dit que le mouvement est uniforme lorsque la distance d parcourue est proportionnelle au temps t écoulé, on dit aussi dans ce cas que « la vitesse est constante ».

usage commercial avec accord de l'auteur