I. Puissances de 10

1. Définition

* n est un nombre entier strictement positif ($n>0$).

  ▸ exposant positif : $10^n = \underbrace{10\times\ldots\times10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0\ldots0}_{n \text{ zéros}}$ (se lit « 10 exposant n » ou « 10 puissance n »).

  (n est l'exposant.)

  ▸ exposant négatif : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{0\ldots01}_{n \text{ chiffres}}$ (c'est l'inverse de 10^n).

* Cas particuliers :

  ▸ $10^1 = 10$.

  ▸ $10^0 = 1$.

  ▸ $10^{-1} = \frac{1}{10}$.

2. Écriture scientifique

* L'écriture scientifique (ou notation scientifique) est l'écriture de la forme $a\times10^p$ (ou $-a\times10^p$) avec p entier relatif et $1\leqslant a<10$.

  ▸ Exemples : • $18\,000 = 1,8\times10^4$ • $367\times10^6 = 3,67\times10^8$

  • $0,000\,052 = 5,2\times10^{-5}$ • $457\times10^{-7} = 4,57\times10^{-5}$

  (attention à ne pas inverser le raisonnement…)

* Préfixes utilisés avec les unités :

giga			méga			kilo	hecto	déca		déci	ceni	milli			micro			nano
G			M			k	h	da		d	c	m			μ			n
$\times10^9$			$\times10^6$			$\times10^3$	$\times10^2$	$\times10$		$\times10^{-1}$	$\times10^{-2}$	$\times10^{-3}$			$\times10^{-6}$			$\times10^{-9}$

  ▸ Exemples : • $5\,cm = 5\times10^{-2}\,m$ (longueur) • $3,5\,GHz = 3,5\times10^9\,Hz$ (fréquence)

  • $0,8\,MW = 8\times10^5\,W$ (puissance) • $75\,cL = 7,5\times10^{-1}\,L$ (capacité)

  • $6\,dg = 6\times10^{-1}\,g$ (masse) • $30\,mA = 3\times10^{-2}\,A$ (intensité)

3. Propriétés - formules

* m et n sont des nombres entiers relatifs.

  ▸ $10^m\times10^n = 10^{m+n}$.

  ▸ $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$.

* Remarques :

  ▸ $\frac{10^m}{10^n} = 10^m\times\frac{1}{10^n} = 10^m\times10^{-n} = 10^{m+(-n)} = 10^{m-n}$.

usage commercial avec accord de l'auteur
JC Salmon - jc.salmon.74@orange.fr

- Si $m=n$, d'une part $\frac{10^m}{10^m}=10^{m-m}=10^0$ et d'autre part $\frac{10^m}{10^m}=1$, on retrouve donc $10^0=1$.

usage commercial avec accord de l'auteur

II. Puissance entière d'un nombre relatif

1. Définition

* a est un nombre relatif et n un nombre entier strictement positif ($n>0$).
  - exposant positif : $a^n = a\times\ldots\times a$ (se lit « a puissance n » ou « a exposant n »).
  - exposant négatif : $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}=\dfrac{1}{a\times\ldots\times a}=\dfrac{1}{a}\times\ldots\times\dfrac{1}{a}$ (c'est l'inverse de a^n).
* Cas particuliers :
  - si $n>0$, $0^n=0$. Attention, 0^0 n'existe pas.
  - $a^1=__$.
  - si $a\neq 0$, $a^0=1$.
  - si $a\neq 0$, $a^{-1}=\dfrac{1}{a}$ (c'est l'inverse de a).

2. Propriétés - formules

* Produit et quotient de puissances :

  a est un nombre relatif non nul ($a\neq 0$), m et n sont des nombres entiers relatifs.
  - $a^m\times a^n=a^{m+n}$.
  - $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$.
* Puissance d'un produit, d'un quotient :

  a et b sont deux nombres relatifs non nuls ($a\neq 0$ et $b\neq 0$),
  n est un nombre entier relatif.
  - $(a\times b)^n=(ab)^n=a^n\times b^n$.
  - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$.
  - Exemples :
    - $(ab)^2=a^2\times b^2$
    - $(ab)^3=a^3\times b^3$
    - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\dfrac{a^2}{b^2}$
    - $\left(\dfrac{a}{b}\right)^3=\dfrac{a^3}{b^3}$
    - $20^3=(2\times 10)^3=2^3\times 10^3=8\times 1\,000=8\,000$
    - $5^4\times 2^4=(5\times 2)^4=10^4=10\,000$
    - $\dfrac{12^3}{6^3}=\left(\dfrac{12}{6}\right)^3=2^3=8$
    - $0{,}07^2=\left(\dfrac{7}{100}\right)^2=\dfrac{7^2}{100^2}=\dfrac{49}{10\,000}=0{,}0049$

usage commercial avec accord de l'auteur