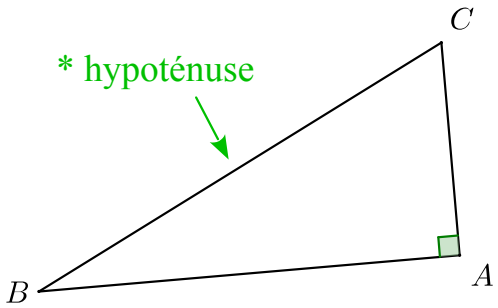
I. Théorème de Pythagore - propriété directe

1. Énoncés de la propriété directe de Pythagore

* Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse* est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



* Si ABC est un triangle rectangle en A ,
alors $BC^2=AB^2+AC^2$.

* L' hypoténuse d'un triangle rectangle est le côté opposé à l'angle droit ,
c'est aussi le plus long côté du triangle.

* Cette propriété permet de calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle lorsqu'on connaît les deux autres .

2. Exemples simples

* Exemple 1 : ABC est un triangle rectangle en A, avec $AB=9\,cm$ et $AC=11\,cm$. Calcule BC.

  ▸ Solution :

  Le triangle ABC est rectangle en A ,
  donc, d'après la propriété directe de Pythagore ,

  $$BC^2=AB^2+AC^2 .$$

  Donc $BC^2=9^2+11^2$,
  donc $BC^2=81+121$,
  d'où $BC^2=202$,
  et donc $BC=\sqrt{202}\approx 14{,}2\,cm$.

* Exemple 2 : ABC est un triangle rectangle en A, avec $AB=8\,cm$ et $BC=17\,cm$. Calcule AC.

  ▸ Solution :

  Le triangle ABC est rectangle en A ,
  donc, d'après la propriété directe de Pythagore ,

  $$BC^2=AB^2+AC^2 .$$

  Donc $17^2=8^2+AC^2$,
  donc $289=64+AC^2$,
  donc $AC^2=289-64$,
  d'où $AC^2=225$,
  et donc $AC=\sqrt{225}=15\,cm$.

usage commercial avec accord de l'auteur

II. Propriété réciproque de Pythagore

1. Énoncé

* Dans un triangle ABC,
si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.

* Cette propriété permet de démontrer qu'un triangle est rectangle,
lorsqu'on connaît les longueurs de ses trois côtés ,
mais *ne permet pas* de démontrer qu'un triangle *n'est pas* rectangle .

* Remarques :
  - Pour démontrer que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, on doit calculer séparément BC^2 et $AB^2 + AC^2$.
  - On ne peut pas parler d' hypoténuse dans un triangle qui n'est pas rectangle .

2. Exemples

* EFG est un triangle, avec $EF = 6\,cm$; $EG = 10\,cm$ et $FG = 8\,cm$.
Le triangle EFG est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?
  - Solution :
    Le plus long côté est $[EG]$;
    - $EG^2 = 10^2 = 100$,
    - $EF^2 + FG^2 = 6^2 + 8^2 = 100$.

    donc $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
    Donc, d'après la propriété réciproque de Pythagore,
    le triangle EFG est rectangle en F.

* IJK est un triangle, avec $IJ = 9\,cm$; $IK = 6\,cm$ et $JK = 7\,cm$.
Le triangle IJK est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ?
  - Solution :
    Le plus long côté est $[IJ]$;
    - $IJ^2 = 9^2 = 81$,
    - $IK^2 + JK^2 = 6^2 + 7^2 = 85$,

    donc $IJ^2 \neq IK^2 + JK^2$.
    Si le triangle IJK était rectangle, on aurait,
    d'après la propriété directe de Pythagore, $IJ^2 = IK^2 + JK^2$,
    donc le triangle IJK n'est pas rectangle.

usage commercial avec accord de l'auteur
JC Salmon - jc.salmon.74@orange.fr